Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
Übersicht Kapitel 2

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
Lernziele Kapitel 2

Nach der Bearbeitung dieses Kapitels soll der Lernende in der Lage sein,

- ✓ **Ziele und Aufgaben des Teilgebiets Investition zu verstehen,**
- ✓ **die Bedeutung unterschiedlicher Aspekte einer Investitionsentscheidungen zu verstehen,**
- ✓ **die Begriffe statische und dynamische Methoden der Investitionsrechnung zu unterscheiden,**
- ✓ **die Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung anzuwenden,**
- ✓ **Risiken einer Investitionsentscheidung zu erkennen,**
- ✓ **einen Business-Plan aufzustellen.**

2. Investition
2.1. Einführung

Ziel von Investitionen:

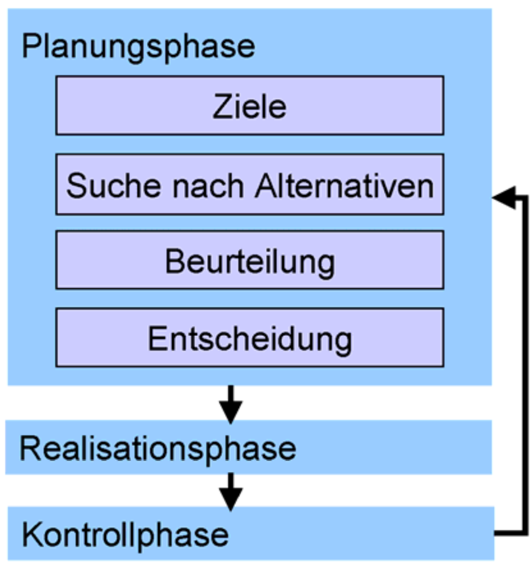
- Erwirtschaftung von Erträgen durch zielgerichteten Einsatz finanzieller Mittel
- Vorteilhaft, d.h. ertragssteigernd bzw. mit hoher Rendite verbunden
- Risiken sollen berechenbar sein und reduziert werden

Investitionsentscheidung:

- Vorteilhaftigkeit überprüfen
- Auswahl bei mehreren Investitionsalternativen

2. Investition
2.1. Einführung (2)

Phasen des Investitionsprozesses



in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.1. Einführung (3)

Planungsphase

- Zielsetzung des Investors
- Investitionsarten
- Bewertung der Investitionen

Ziele des Investors

- monetäre Ziele
  - Gewinn- bzw. Renditemaximierung
  - Kostenminimierung
  - Vermögensstreben
  - Entnahmestreben
- nicht monetäre Ziele

➔ Es werden im Weiteren nur monetäre Ziele betrachtet!

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.1.1. Investitionsentscheidungen und -politik

- Investitionsentscheidungen werden häufig von übergeordneten Werte- und Zielsystemen beeinflusst.
- Aspekte dieser Investitionspolitik:
  - Unternehmensstrategie
  - Wettbewerbspositionierung
  - Wertevorstellungen des Unternehmens
  - Kommunikations- und Informationspolitik des Unternehmens
  - Erfolgsmessung und -kontrolle im Unternehmen
  - Risikomessung und -bereitschaft des Unternehmens.
- Investitionsentscheidungen bedürfen i.d.R. umfangreicher Untersuchungen, die meist in Form von Projekten durchgeführt werden und in sog. Business Plänen zusammengefasst werden.

2. Investition

2.1.2. Einteilung von Investitionsarten

Klassifizierung

- **Objekte**
  - Realinvestition
  - Finanzinvestition
  - Immaterielle Investition
- **Zielsetzung**
  - Errichtungsinvestition
  - Ersatzinvestition
  - Rationalisierungs-investition
  - Erweiterungsinvestition
  - Sozial- / Sicherheits-investition
- **Nutzungsdauer**
  - Kurzfristige Investition
  - Mittelfristige Investition
  - Langfristige Investition
- **Zeitablauf**
  - Gründungs-investition
  - Laufende Investition

2. Investition

2.1.2. Einteilung von Investitionsarten (2)

Nach Objekten:

▪ Real- oder Sachinvestition:	Investition in Betriebsmittel
▪ Finanzinvestition:	Investition in Wertpapiere und Forderungen
▪ Immaterielle Investition:	Investition in Know-how und Patente

Nach Zielsetzung:

▪ Errichtungsinvestition:	Erstmalige Beschaffung eines Betriebsmittels, z.B. neue Fabrik
▪ Ersatzinvestition:	Ersatz alter durch neue Betriebsmittel, z.B. wegen hoher Instandhaltungskosten
▪ Rationalisierungsinvestition:	Ersatz menschlicher Arbeitskraft durch automatische Betriebsmittel, z.B. Bankautomat
▪ Erweiterungsinvestition:	Erweiterung bestehender Betriebsmittel, Produktions-einrichtungen, z.B. wegen hoher Nachfrage
▪ Sozial- und Sicherheitsinvestition:	Verbesserung von Arbeitsbedingungen, z.B. Kindertagesstätte, ergonomischer Arbeitsplatz

2. Investition

2.1.2. Einteilung von Investitionsarten (3)

Bewertung der Investitionen

- Quantifizierung der Handlungsalternativen
- Vorteilhaftigkeitsvergleich der Alternativen anhand der Zielsetzung
- Hilfsmittel beim Vergleich der Alternativen → Modelle der Investitionsrechnung

Allgemeine Definition Modell

Unter einem Modell verstehen wir eine abstrahierende Abbildung der Realität.

Merke

Die Güte der Ergebnisse hängt von der Güte der Ausgangsinformationen ab
oder
„GIGO"-Phänomen"

2. Investition

2.1.3 Ermittlung der Investitionsdaten

Definition:

Der **Kapitaleinsatz** (Investitionsausgabe) sind die Zahlungsmittel, die zur Erstellung Der Produktionsfaktoren benötigt werden.

Definition:

Gewinne, die durch Investitionen entstehen, ergeben sich als Differenz zwischen Erträgen und Aufwendungen. Die **Rückflüsse** ergeben sich aus der Differenz Zwischen Einnahmen und Ausgaben.

Definition:

Liquidationserlöse sind Rückflüsse, die nach Beendigung der Nutzungsdauer (der Produktionsfaktoren oder einer Finanzinvestition) durch den Verkauf (der Produktionsfaktoren oder der Finanzinvestition) anfallen.

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

2. Investition
2.1.3 Ermittlung der Investitionsdaten (2)

Relevanz von Investitionsdaten:

Investitionsdaten müssen durch die Wahl der Investitionsalternative ausgelöst werden.

Beispiel 1:

Errichtung einer neuen Fabrik. Maßnahmen für **Mitarbeitergewinnung**:

Fernsehwerbung:	500.000 €
Radiowerbung:	300.000 €
Gewinnspiel:	400.000 €
Recruiting-Veranstaltungen:	200.000 €
Anzeigen:	300.000 €
Bewerbungsgespräche:	300.000 €
Sonstige Ausgaben:	100.000 €

Was ist relevant?

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

2. Investition
2.1.3 Ermittlung der Investitionsdaten (3)

Relevanz von Investitionsdaten:

Beispiel 2: (Sunk Costs)

Errichtung einer neuen Fabrik.

Zum Zeitpunkt t = 1 zeigt sich, dass die Kosten für Planung, Grundstückserwerb und Gebäudeerrichtung deutlich höher gewesen sind, anstatt der geplanten **6 Millionen €** wurden **10 Millionen €** investiert. Die Geschäftsführung möchte die weiteren Investitionen erst nach erneuter Prüfung tätigen.

Sind die investierten 10 Millionen € für die erneute Prüfung relevant?

2. Investition
2.1.4. Investitionsrechnung

Verfahren der Investitionsrechnung (quantitativ)

- Statische Verfahren
  - Verwendung von Durchschnittswerten
  - Vergleich von Investitionsalternativen nur bei gleichen Nutzungsdauern
  - Einfache Rechenlogik
  - Geringe Genauigkeit
- Dynamische Verfahren
  - Berücksichtigung der Rückflusszeitpunkte, mehrperiodische Betrachtung
  - Vergleich von Investitionsalternativen bei unterschiedlichen Nutzungsdauern
  - Höherer Rechenaufwand
  - Ungenauigkeit zukünftiger Zahlungsströme
  - Akzeptanzprobleme bei zunehmender Komplexität

2. Investition
2.1.4. Investitionsrechnung (2)

Modelle der Investitionsrechnung

- statische Investitionsrechnung
  - Kostenminimierung ➔ Kostenvergleichsrechnung
  - Gewinnmaximierung➔ Gewinnvergleichsrechnung
  - Renditemaximierung ➔ Rentabilitätsvergleichsrechnung
  - Kapitalrückflussoptimierung ➔ statische Amortisationsrechnung

- dynamische Investitionsrechnung
  - Vermögensmaximierung ➔ Kapitalwertmethode
  - Entnahmemaximierung ➔ Annuitätenmethode
  - Renditemaximierung ➔ Interne-Zinsfuß-Methode
  - Kapitalrückflussoptimierung ➔ dynamische Amortisationsrechnung

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Beispiel: (entnommen aus Vahs, Schäfer-Kunz: *Einführung in die Betriebswirtschaftslehre*, 3. Aufl., Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart, 2002)

	Halbautomat	Vollautomat
A1 Investitionsausgabe	650.000 €	1.000.000 €
A2 Liquidationserlös	150.000 €	200.000 €
A3 Nutzungsdauer	5 Jahre	5 Jahre
A4 Zinssatz für Geldanlage / Kredit	10 %	10 %
A5 Zinsen für Automat = A4*(A1+A2) / 2	40.000 €	60.000 €
A6 Abschreibung für Automaten = (A1-A2) / A3	100.000 €	160.000 €
A7 eingesparte Betriebskosten	150.000 €	250.000 €
A8 zusätzliche Betriebskosten	20.000 €	40.000 €
A9 zusätzliche Produktions- und Absatzmenge	5.000 Stück	5.000 Stück
A10 Absatzpreis je Stück	100 €	100 €
A11 zusätzliche Betriebskosten je Stück	70 €	70 €

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Kostenvergleichsrechnung:

Methode:

Gegenüberstellung der Kosten von zwei oder mehr Investitionsalternativen. Kosten ergeben sich aus den durchschnittlichen Kosten je Periode und je produzierter Leistungseinheit.

Vorteilhaftigkeit:

Nicht möglich

Alternativenvergleich:

Alternative mit den niedrigsten Kosten

Voraussetzung:

Investitionsalternativen haben dieselbe Laufzeit

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Kostenvergleichsrechnung (2):

Beispiel: (entnommen aus Vahs, Schäfer-Kunz, 2002)

	Halbautomat	Vollautomat
A5 Zinsen für Automat = A4*(A1+A2) / 2	40.000 €	60.000 €
A6 Abschreibung für Automaten = (A1-A2) / A3	100.000 €	160.000 €
A8 zusätzliche Betriebskosten	20.000 €	40.000 €
A9 zusätzliche Produktions- und Absatzmenge	5.000 Stück	5.000 Stück
A11 zusätzliche Betriebskosten je Stück	70 €	70 €
B1 Kosten je Jahr = A5 + A6 + A8 + A9 *A11	**510.000 €**	**610.000 €**
B2 Kosten je Stück = B1 / A9	102 €	122 €

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Gewinnvergleichsrechnung:

Methode:

Gegenüberstellung der Gewinne von zwei oder mehr Investitionsalternativen. Gewinne ergeben sich aus dem durchschnittlichen Gewinn je Periode.

Vorteilhaftigkeit:

Nicht möglich

Alternativenvergleich:

Alternative mit dem höchsten durchschnittlichen Gewinn

Voraussetzung:

Investitionsalternativen haben dieselbe Laufzeit

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Gewinnvergleichsrechnung (2):

Beispiel: (entnommen aus Vahs, Schäfer-Kunz, 2002)

	Halbautomat	Vollautomat
A7 eingesparte Betriebskosten	150.000 €	250.000 €
A9 zusätzliche Produktions- und Absatzmenge	5.000 Stück	5.000 Stück
A10 Absatzpreis je Stück	100 €	100 €
C1 Ertrag je Jahr = A9 * A10	500.000 €	500.000 €
C2 eingesparte Betriebskosten und Ertrag = A7 + C1	650.000 €	750.000 €
B1 Kosten je Jahr	510.000 €	610.000 €
C3 Gewinn je Jahr	**140.000 €**	**140.000 €**

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Rentabilitätsvergleichsrechnung:

Methode:

Gegenüberstellung der Rentabilität von zwei oder mehr Investitionsalternativen. Rentabilität (oder Return on Investment ROI) ergibt sich aus dem Verhältnis von durchschnittlichen Gewinn je Periode zum Kapitaleinsatz.

Vorteilhaftigkeit:

Nicht möglich

Alternativenvergleich:

Alternative mit der höchsten Rentabilität

Voraussetzung:

Investitionsalternativen haben dieselbe Laufzeit

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Rentabilitätsvergleichsrechnung (2):

Beispiel: (entnommen aus Vahs, Schäfer-Kunz, 2002)

	Halbautomat	Vollautomat
A1 Investitionsausgabe	650.000 €	1.000.000 €
C3 Gewinn je Jahr	140.000 €	140.000 €
D1 ROI = C3 / A1	**21,5 %**	**14,0 %**

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Statische Amortisationsrechnung:

Methode:

Gegenüberstellung der Amortisationszeiten von zwei oder mehr Investitionsalternativen. Amortisationszeit ist der Zeitraum, der benötigt wird, um investiertes Kapital über die Rückflüsse zurückzugewinnen.

Vorteilhaftigkeit:

Zur absoluten Beurteilung des einer Investition innewohnenden Risikos geeignet

Alternativenvergleich:

Alternative mit der kürzesten Amortisationszeit

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Statische Amortisationsrechnung (2):

Beispiel: (entnommen aus Vahs, Schäfer-Kunz, 2002)

	Halbautomat	Vollautomat
A1 Investitionsausgabe	650.000 €	1.000.000 €
C3 Gewinn je Jahr	140.000 €	140.000 €
A6 Abschreibungen für die Automaten	100.000 €	160.000 €
E1 Rückfluss je Jahr = C3 + A6	240.000 €	300.000 €
E2 Amortisationsdauer	**2,7 Jahre**	**3,3 Jahre**

2. Investition
2.1.5. Statische Verfahren der Investitionsrechnung

Beurteilung statischer Verfahren:

Kostenvergleichsrechnung:
- Kurzfristige Betrachtungsweise
- Keine Rückschlüsse über zukünftige Kosten- und Erlösentwicklung
- Keine Aussagen über Verzinsung der Investition

Gewinnvergleichsrechnung:
- Keine Aussagen über Verzinsung der Investition

Rentabilitätsvergleichsrechnung:
- Rentabilität nur für eine Periode, Entwicklungen werden nicht berücksichtigt

Amortisationsvergleichsrechnung:
- Schätzung der Soll-Amortisationszeit subjektiv

2. Investition
2.2. Dynamische Verfahren

Definition:

Der Kapitalwert (oder Barwert) einer Investition oder eines Investitionsprojekts ergibt sich durch Diskontierung der zukünftigen Zahlungsströme.
Mathematisch lässt sich der Kapitalwert einer Zahlungsreihe schreiben als:

$$KW = \frac{z_0}{(1+i)^0} + \frac{z_1}{(1+i)^1} + \frac{z_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{z_n}{(1+i)^n} = \sum_{t=0}^{n} \frac{z_t}{(1+i)^t}$$

Dabei beschreibt *i* den Kalkulationszinssatz

<u>Bemerkung:</u>

- Der Kalkulationszinssatz *i* hat großen Einfluss auf das Ergebnis.
- Die Höhe des Kalkulationszinssatzes wird vom Investor festgelegt, häufig unter Berücksichtigung von Risiko- und Gewinnzuschlägen.
- Unterschiedliche Kalkulationszinssätze i_1, i_2, etc. sind möglich.

2. Investition
2.2. Dynamische Verfahren (2)

Beispiel 1:

Kauf einer Aktie.

Zahlungsreihe: (-180; 3; 3; 4; 230)

a) *i* =10% $KW = \frac{-180}{(1{,}1)^0} + \frac{3}{(1{,}1)^1} + \frac{3}{(1{,}1)^2} + \frac{4}{(1{,}1)^3} + \frac{230}{(1{,}1)^4} = -14{,}7$

b) *i* =5% $KW = \frac{-180}{(1{,}05)^0} + \frac{3}{(1{,}05)^1} + \frac{3}{(1{,}05)^2} + \frac{4}{(1{,}05)^3} + \frac{230}{(1{,}05)^4} = 18{,}26$

Beispiel 2:

Errichtung einer neuen Fabrik.

Zahlungsreihe: (-6; -4; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 4) mit *i* =10%

Gibt es eine einfache Rechenmethode?

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2. Dynamische Verfahren (4)

Für eine Zahlungsreihe der Form

$(z_0; z_1; z_2 = z_1; z_3 = z_1; ...; z_n = z_1) = (z_0; z_1; z_1; z_1; ...; z_1)$

ergibt sich der Kapitalwert zu (vgl. Finanzmathematik):

$$KW = \frac{z_0}{(1+i)^0} + \frac{z_1}{(1+i)^1} + \frac{z_1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{z_1}{(1+i)^n}$$
$$= z_0 + z_1 \cdot \left[\sum_{t=1}^{n} (1+i)^{-t} \right] = z_0 + z_1 \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

Beispiel:

Folgende Zahlungsreihe sei gegeben: *(-100; 50; 50; 50; 50; 50)*

Für i =10%:

$$KW = \frac{-100}{(1{,}1)^0} + \frac{50}{(1{,}1)^1} + \frac{50}{(1{,}1)^2} + \frac{50}{(1{,}1)^3} + \frac{50}{(1{,}1)^4} + \frac{50}{(1{,}1)^5} = -100 + 50 \cdot \frac{1{,}1^5 - 1}{0{,}1 \cdot 1{,}1^5} = 89{,}54$$

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.1. Kapitalwertmethode

Methode:

Berechnung des Kapitalwerts der Zahlungsreihe

Vorteilhaftigkeit:

Kapitalwert größer als Null

Alternativenvergleich:

Alternative mit dem höheren Kapitalwert

Anmerkungen

- Die Investition mit positivem Kapitalwert ist absolut vorteilhaft
- Die Investition mit maximalen Kapitalwert ist optimal
- Die Höhe des Kalkulationszinssatzes kann vom Investor auch unter Opportunitäts-gesichtspunkten festgelegt werden, häufig unter Berücksichtigung von Risiko- und Gewinnzuschlägen

2. Investition
2.2.1. Kapitalwertmethode (2)

Beispiel:

Herr Schmidt muss für seine Druckerei eine neue Maschine erwerben. Es stehen zwei Alternativen zur Auswahl. Maschine 1 kann erfahrungsgemäß über einen Zeitraum von 5 Jahren eingesetzt werden, hat dafür aber eine etwas geringere Kapazität und damit auch eine geringere Gewinnerwartung als Maschine 2, die 3 Jahre hält.
Folgende Investitionsalternativen seien gegeben:

a) (-100; 50; 50; 50; 50; 50) b) (-60; 60; 60; 60)

Für *i* =10%:

$$KW = \frac{-100}{(1{,}1)^0} + \frac{50}{(1{,}1)^1} + \frac{50}{(1{,}1)^2} + \frac{50}{(1{,}1)^3} + \frac{50}{(1{,}1)^4} + \frac{50}{(1{,}1)^5} = -100 + 50 \cdot \frac{1{,}1^5 - 1}{0{,}1 \cdot 1{,}1^5} = 89{,}54$$

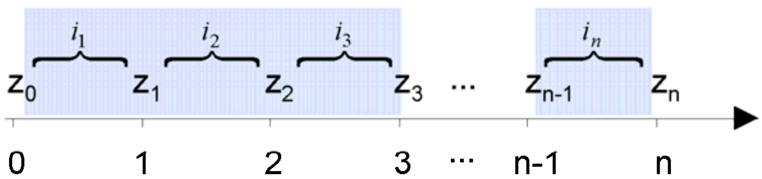
$$KW = \frac{-60}{(1{,}1)^0} + \frac{60}{(1{,}1)^1} + \frac{60}{(1{,}1)^2} + \frac{60}{(1{,}1)^3} = -60 + 60 \cdot \frac{1{,}1^3 - 1}{0{,}1 \cdot 1{,}1^3} = 89{,}21$$

Wie sollte sich Herr Schmidt entscheiden?

2. Investition
2.2.1. Kapitalwertmethode (3)

Kapitalwertmethode bei variablem Zinssatz

Annahme der flachen Zinsstrukturkurve wird aufgegeben.



$$KW = z_0 + \frac{z_1}{(1+i_1)} + \frac{z_2}{(1+i_1)(1+i_2)} + \ldots + \frac{z_n}{(1+i_1)(1+i_2)\ldots(1+i_n)}$$

$$\text{Es gilt}: \quad \prod_{\tau=1}^{t}(1+i_\tau)^{-1} = \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\ldots(1+i_t)}$$

$$KW = \sum_{t=0}^{n} z_t \cdot \prod_{\tau=1}^{t}(1+i_\tau)^{-1}$$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.1. Kapitalwertmethode (4)

Kapitalwertmethode bei variablem Zinssatz

Verschiedene Zinssätze

- Kassazinssatz (spot rate)
  - Zinssatz für die gesamte Laufzeit t_0 bis t_n
  - Üblich bei Nullkupon-Anleihen (Zero Bonds)
  - Formal gilt: $$i_{0,n} = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$
- Terminzinssatz (forward rate)
  - Zinssatz für einen in der Zukunft liegenden aufeinander folgenden Zeitraum t_1 bis t_2
  - Formal gilt: $$i_{t1,t2} = \sqrt[t2-t1]{\frac{K_{t2}}{K_{t1}}} - 1$$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.1. Kapitalwertmethode (5)

Beispiel 16 (Kapitalwertmethode bei variablem Zinssatz)

Ihnen wird die Investition mit der Zahlungsreihe (-100, 50, 30, 40) angeboten. Die Kalkulationszinssätze lauten i_1 = 7 %, i_2 = 8 % und i_3 = 9 %. Ist diese Investition vorteilhaft?

Lösung

Berechnung des Kapitalwerts der Investition. Ist der Kapitalwert > 0, *so ist die* Investition vorteilhaft.

$$KW = \sum_{t=0}^{3} z_t \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1 + i_\tau)^{-1} = -100 + \frac{50}{1{,}07} + \frac{30}{1{,}07 \cdot 1{,}08} + \frac{40}{1{,}07 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}09} = 4{,}45$$

Die Investition ist vorteilhaft, da KW > 0 und sollte realisiert werden!

2. Investition
2.2.2. Interne Zinssatzmethode

Methode:
Der interne Zinssatz (internal rate of return kurz IRR) ist derjenige Zinssatz, bei dem der Kapitalwert einer Investition gerade den Wert Null annimmt.

Vorteilhaftigkeit:
Interner Zinssatz größer als vorgegebene Mindestverzinsung des eingesetzten Kapitals

Alternativenvergleich:
Alternative mit maximaler Rendite

Voraussetzung
Es muss sich um eine Normalinvestition handeln:
- ✓ Zahlungsreihe beginnt mit einer Auszahlung
- ✓ Einmaliger Vorzeichenwechsel (einfache Zahlungsreihe)
- ✓ Erfüllung des Kriteriums (Summe Einzahlungen > Summe Auszahlungen)

➔ansonsten keine Lösung, da Mehrdeutigkeit oder Nichtexistenz vorliegt!

2. Investition
2.2.2. Interne Zinssatzmethode (2)

Annahme
Implizite Wiederanlageprämisse für alle Ergänzungsmaßnahmen hinsichtlich
- unterschiedlicher Einzahlungsüberschüsse
- unterschiedlicher Anschaffungsauszahlungen
- unterschiedlicher Nutzungsdauern

zum jeweiligen internen Zinsfuß

Ermittlungsmethoden
- Ein- oder Zweiperiodenfall ➔ analytische Berechnung möglich
- Mehrperiodenfall
  - Näherungsverfahren (s. Übungen)
  - Iterationsverfahren, z.B. Newton-Verfahren
  - Tabellenkalkulationsprogramm, z.B. mit Excel-Funktion IKV( ).

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.2.2. Interne Zinssatzmethode (3)

Newton-Verfahren

- Tangentialverfahren zur Bestimmung der Nullstelle einer nicht-linearen Funktion mit Hilfe folgender Iterationsformel:

$$i_{k+1} = i_k - \frac{KW(i_k)}{KW'(i_k)} \qquad mit \;\; KW'(i_k) = \text{1. Ableitung von } KW(i_k)$$

- Beliebigen Ausgangszinssatz i_k auswählen und in die Funktionen bzw. obige Gleichung einsetzen, um i_{k+1} zu ermitteln

- Berechnung des Kapitalwerts für i_{k+1}:
  - $KW(i_{k+1}) = 0$ ➔ Nullstelle gefunden
  - $KW(i_{k+1}) \neq 0$ ➔ Iteration fortfahren

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.2.2. Interne Zinssatzmethode (4)

Newton-Verfahren

Herleitung der Iterationsformel:

$$(1)\; KW(i_k) = a + KW'(i_k) \cdot i_k$$

Tangentialgleichung

$$(2)\; KW(i_{k+1}) = a + KW'(i_k) \cdot i_{k+1} \overset{!}{=} 0$$

Gl. (2) nach a auflösen und in Gl. (1) einsetzen:

$$(2)\; a = -KW'(i_k) \cdot i_{k+1}$$

$$(1)\; KW(i_k) = -KW'(i_k) \cdot i_{k+1} + KW'(i_k) \cdot i_k$$

$$(1)\; KW(i_k) = -KW'(i_k) \cdot (i_{k+1} - i_k)$$

$$i_{k+1} = i_k - \frac{KW(i_k)}{KW'(i_k)}$$

Iterationsformel

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.2. Interne Zinssatzmethode (5)

Beispiel (Interne Zinssatzmethode)

Ihnen wird die Investition mit der Zahlungsreihe (-100, 30, 50, 40) angeboten. Sie möchten mindestens eine Rendite von 9 % erzielen. Ist diese Investition vorteilhaft?

Lösung

- **Es handelt sich um eine Normalinvestition!**
- Berechnung der Nullstelle mit Hilfe des Newton-Verfahrens
  - Kapitalwertfunktionen aufstellen und 1. Ableitung bilden:

$$KW(i) = -100 + 30(1+i)^{-1} + 50(1+i)^{-2} + 40(1+i)^{-3}$$

$$KW'(i) = -30(1+i)^{-2} - 100(1+i)^{-3} - 120(1+i)^{-4}$$

  - Startwert $i_k = 0$

$$KW(0) = -100 + 30(1+0)^{-1} + 50(1+0)^{-2} + 40(1+0)^{-3} = 20{,}00$$

$$KW'(0) = -30(1+0)^{-2} - 100(1+0)^{-3} - 120(1+0)^{-4} = -250{,}00$$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.2. Interne Zinssatzmethode (6)

Lösung

- Berechnung der Nullstelle mit Hilfe des Newton-Verfahrens
  - Berechnung von i_{k+1} mittels der Iterationsformel:

$$i_{k+1} = i_k - \frac{KW(i_k)}{KW'(i_k)} = 0 - \frac{20}{-250} = 0{,}08$$

  - Iterationswert i_{k+1} in Kapitalwertfunktion einsetzen:

$$KW(i) = -100 + 30(1+0{,}08)^{-1} + 50(1+0{,}08)^{-2} + 40(1+0{,}08)^{-3} = 2{,}40$$

  - Fortsetzung der Iteration, da KW(0,08) = 2,4 $\neq$ 0

k	i_k	$KW(i_k)$	$KW'(i_k)$
0	0	20,00	-250,00
1	0,08	2,40	-193,31
2	0,0924	0,04	-186,11
3	0,0926	0,00	-185,98

Der Interne Zinsfuss der Investition beträgt 9,26 %. Die Investition ist damit vorteilhaft, da die Rendite über der geforderten Mindestrendite liegt!

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.2.2. Interne Zinssatzmethode (7)

Sonderfälle

- Nullkupon-Anleihe ➔ Einfache Bestimmung des internen Zinssatzes

$$KW = -K_0 + \frac{K_n}{(1+i)^{-n}} \overset{!}{=} 0 \Rightarrow K_0 \cdot (1+i)^n = K_n \Rightarrow i = \sqrt[n]{K_n / K_0} - 1$$

- Anleihe mit konstantem Kupon und Rückzahlungsbetrag entspricht Anfangskapital
➔ Interner Zinsfuss = Kupon

Beispiele

- Nullkupon-Anleihe
  a) Zahlungsreihe (-81,6298; 0; 0; 100): $i = \sqrt[3]{100 / 81{,}6298} - 1 = 7\%$
- Anleihe mit Rückzahlungskapital = Anfangskapital
  b) Anleihe, beschrieben durch die Zahlungsreihe (-100; 7; 7; 107): $i = 7\%$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

2. Investition

2.2.3. Annuitätenmethode

Methode:

Umrechnung des Kapitalwerts einer Zahlungsreihe in Beiträge gleicher Höhe, deren abgezinste Summe wiederum den Kapitalwert ergeben.

Vorteilhaftigkeit:

Annuität ist positiv

Alternativenvergleich:

Alternative mit der höchsten Annuität

Bestimmung der Annuität:

Gesucht wird Annuität A, die durch folgende Zahlungsreihe beschrieben ist:

$(z_0 = 0;\ z_1 = A;\ z_2 = A;\ z_3 = A;\ \ldots;\ z_n = A) = (0;\ A;\ \ldots;\ A)$

Es gilt: $KW = \frac{A}{(1+r)^1} + \frac{A}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{A}{(1+r)^n} = A \cdot \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}\right]$

und damit: $A = KW \cdot \left[\frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}\right]$

2. Investition
2.2.3. Annuitätenmethode (2)

Beispiel:

Herr Schmidt hat für seine Druckerei ein weiteres Angebot vorliegen. Diese dritte Maschine kann ebenso wie Maschine 1 über einen Zeitraum von 5 Jahren benützt werden und ist zudem etwas günstiger. In den ersten Jahren ist die Kapazität sogar höher als bei Maschine 1. Allerdings geht die Produktivität dann nach dem 3 Jahr zurück, *so dass sich folgende* Zahlungsreihe ergibt: c) (-93; 60; 60; 60; 30; 20)
Mithilfe der Annuitätenmethode möchte Herr Schmidt nun Maschine 1, 2 und 3 vergleichen.
r = 10%:

$$KW = \frac{-93{,}58}{(1{,}1)^0} + \frac{60}{(1{,}1)^1} + \frac{60}{(1{,}1)^2} + \frac{60}{(1{,}1)^3} + \frac{30}{(1{,}1)^4} + \frac{20}{(1{,}1)^5} = -93{,}58 + 182{,}12 = 88{,}54$$

$$\Rightarrow A\,(Maschine\ 1) = KW \cdot \left[\frac{r\cdot(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\right] = (89{,}54)\cdot\left[\frac{0{,}1\cdot(1+0{,}1)^5}{(1+0{,}1)^5-1}\right] = 23{,}62$$

$$\Rightarrow A\,(Maschine\ 2) = KW \cdot \left[\frac{r\cdot(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\right] = (89{,}21)\cdot\left[\frac{0{,}1\cdot(1+0{,}1)^3}{(1+0{,}1)^3-1}\right] = 35{,}87$$

$$\Rightarrow A\,(Maschine\ 3) = KW \cdot \left[\frac{r\cdot(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\right] = (88{,}54)\cdot\left[\frac{0{,}1\cdot(1+0{,}1)^5}{(1+0{,}1)^5-1}\right] = 23{,}36$$

Wie entscheidet er?

2. Investition
2.2.3. Annuitätenmethode (3)

Überblick:

Maschine 1:	(-100;	50;	50;	50;	50; 50)
Maschine 2:	(-60;	60;	60;	60)	
Maschine 3:	(-93,	60;	60;	60;	30; 20)

i = 10%

Maschine	KW	IRR	Annuität	Amo‘dauer*
1	89,54	41,04 %	23,62	T=3
2	89,21	**83,93 %**	**35,87**	**T=2** (KW (T=2) = 44,13)
3	**89,12**	50,00 %	23,36	T=2 (KW (T=2) = 11,13)

* Siehe nächster Abschnitt

Wie ist das unterschiedliche Ergebnis bei KW und Annuität zu deuten?

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.4. Dynamische Amortisationsdauer

Methode:

Amortisationszeit ist der Zeitraum, der benötigt wird, um investiertes Kapital über die Rückflüsse zurückzugewinnen. Bei der dynamischen Amortisationsdauer müssen im Gegensatz zur statischen Amortisationsdauer die exakten Zahlungsströme und die entsprechenden Abzinsungsfaktoren berücksichtigt werden.

Vorteilhaftigkeit:

Zur absoluten Beurteilung des einer Investition innewohnenden Risikos geeignet

Alternativenvergleich:

Alternative mit der kürzesten Amortisationszeit

Bestimmung der Amortisationsdauer:

Gesucht wird der früheste Zeitpunkt *T* an dem die diskontierten Rückflüsse die Investition übersteigen:

$$\min\{T \mid KW(T) = -z_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{z_t}{(1+r)^t} \geq 0\}$$

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.4. Dynamische Amortisationsdauer (2)

Beispiel:

Herr Schmidt möchte nun die Amortisationsdauern der beiden Maschinen 1 und 3 vergleichen.

Maschine 1	**Maschine 3**
KW(T=1)= -54,55	***KW(T=1)= -39,03***
KW(T=2)= -13,22	***KW(T=2)= 10,55***
KW(T=3)= 24,34	KW(T=3)= 55,63
KW(T=4)= 58,49	KW(T=4)= 76,12
KW(T=5)= 89,54	KW(T=5)= 88,54

Wie entscheidet sich Herr Schmidt?

2. Investition
2.2.5 Kritische Werte

Methode:

Der kritische Wert bezeichnet insbesondere in der Investitionsrechnung einen Wert, der als untere Grenze für die Vorteilhaftigkeit einer Investition angesehen wird.

Bestimmung des kritischen Werts:

Bestimmung desjenigen Wertes für jede Variable, die Einfluss auf die Zahlungsströme hat, bei dem KW = 0 wird.

Kann die Methode die Vorteilhaftigkeit einer einzelnen Investition messen?

Nein. Baut auf KW auf.

Kann die Methode Investitionen untereinander vergleichen?

Ja. Gewählt wird diejenige Alternative, bei der die kritischen Werte für zentrale Variablen (klären, welche!) prozentual am weitesten von angenommenen Werten entfernt sind.

2. Investition
2.2.5. Kritische Werte (2)

Verfahren der „kritischen Werte“

Kritischer Wert einer Inputgrößen (z.B. Verkaufspreis)

$$KW = \sum_{t=0}^{T} z_t \cdot q^{-t} \overset{!}{=} 0$$

$$KW = z_0 + \sum_{t=0}^{T} \left((p_{krit} - a_v) \cdot x - A_f \right) \cdot q^{-t} + L \cdot q^{-T} = 0$$

$$KW = z_0 + \left((p_{krit} - a_v) \cdot x - A_f \right) \cdot \sum_{t=0}^{T} q^{-t} + L \cdot q^{-T} = 0$$

Nach p_{krit} auflösen:

$$p_{krit} = \frac{-z_0 + (a_v \cdot x + A_f) \sum_{t=0}^{T} q^{-t} - L \cdot q^{-T}}{x \sum_{t=0}^{T} q^{-t}}$$

2. Investition
2.2.5. Kritische Werte (3)

Beispiel (Verfahren der kritischen Werte)

Aus Kapazitätsgründen soll eine weitere Maschine angeschafft werden, damit zusätzlich 1.000 Mengeneinheiten des Produkts gefertigt und verkauft werden können (Annahme: Produktionsmenge = Absatzmenge, Fertigung nur einer Produktart). Die Nutzungsdauer der Alternative liegt bei 5 Jahren. Mit einem Liquidationserlös am Ende der Nutzungsdauer ist nicht zu rechnen. Die produktionsabhängigen Auszahlungen pro Stück werden bei dieser Maschine mit 50 GE veranschlagt. Die produktionsunabhängigen Auszahlungen belaufen sich pro Periode auf 16.000 GE. Die Investition kostet 100.000 GE. Der Kalkulationszinssatz beträgt 10 % und der Preis pro Mengeneinheit des Produkts soll innerhalb des gesamten Planungshorizonts bei konstanten 100 GE liegen. Der Kapitalwert ist unter dieser Voraussetzung mit 28.886,74 GE positiv.

Welchen Preis muss das Produkt mindestens erzielen, damit sich die Investition nach wie vor rechnet?

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.5. Kritische Werte (4)

Beispiel (Verfahren der kritischen Werte)

Lösung

$$p_{krit} = \frac{-z_0 + (a_v \cdot x + A_f)\sum_{t=0}^{T} q^{-t} - L \cdot q^{-T}}{x \sum_{t=0}^{T} q^{-t}} \qquad mit \quad \sum_{t=1}^{T} q^{-t} = \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} = RBFN$$

$$p_{krit} = \frac{100.000 + (50 \cdot 1.000 + 16.000)\sum_{t=0}^{5} 1{,}1^{-t}}{1.000 \sum_{t=0}^{5} 1{,}1^{-t}} = 92{,}38\,\text{GE}$$

Der Verkaufspreis sollte über die gesamte Laufzeit mindestens 92,39 GE betragen!

2. Investition

2.2.5 Kritische Werte (5)

Beispiel (Verfahren der kritischen Werte)

Inputgröße	Angenommener Wert	Kritischer Wert	Prozentuale Abweichung
A_0	100.000 GE	128.886,74 GE	+ 28,9 %
p	100 GE	92,38 GE	- 7,6 %
a_V	50 GE	57,62 GE	+ 15,2 %
x	1.000 Stück	867,60 Stück	- 15,2 %
A_f	16.000 GE	23.620,30 GE	+ 47,6 %
i	10 %	29,76 %	+ 197,6 %
T	5 Jahre	3,67 Jahre	- 26,6 %

Der kritischste Wert ist der Verkaufspreis, gefolgt von der Absatzmenge und den projektabhängigen Auszahlungen.

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt

Der Kapitalwert festverzinslicher Wertpapiere ist bei **vollkommenem Kapitalmarkt** und Wahl eines geeigneten Kalkulationszinssatzes immer gleich Null.

Begründung:

Da alle zukünftigen Zahlungen bekannt sind , würde niemand unterbewertete Titel kaufen.

Die Zinszahlungen während der Laufzeit werden auch als Kupon bezeichnet.

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (2)

Beispiel:

Es seien zwei festverzinsliche Wertpapiere gegeben:

a) Anleihe, beschrieben durch die Zahlungsreihe (-118,3702; 14; 14; 114) und

b) Nullkupon-Anleihe, beschrieben durch die Zahlungsreihe (-81,6298; 0; 0; 100),

Für r=7% gilt:

$$\begin{aligned} KW &= \frac{-118{,}3702}{(1{,}07)^0} + \frac{14}{(1{,}07)^1} + \frac{14}{(1{,}07)^2} + \frac{14}{(1{,}07)^3} + \frac{100}{(1{,}07)^3} \\ &= -36{,}7404 + 14 \cdot \frac{1{,}07^3 - 1}{0{,}07 \cdot 1{,}07^3} = 0 \end{aligned}$$

$$KW = \frac{-81{,}6298}{(1{,}07)^0} + \frac{100}{(1{,}07)^3} = 0$$

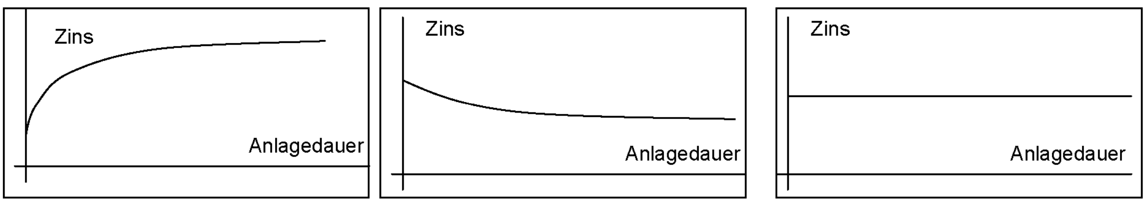
in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (3)

Bemerkungen:

in der Praxis spricht man von Zinsstrukturkurven:

- steigende Zinsstruktur: für längerfristige Investitionen werden höhere Zinsen gezahlt
- inverse Zinsstruktur: für längerfristige Investitionen werden niedrigere Zinsen gezahlt
- flache Zinsstruktur: Zinssatz ist für alle Kapitalbindungsdauern gleich, bildet Realität nur in Ausnahmefällen ab, genügt aber häufig um Sachverhalte zu erklären.



Steigende Zinsstrukturkurve | Inverse Zinsstrukturkurve | Flache Zinsstrukturkurve

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (4)

- In einem Kurs-Kupon Diagramm liegen alle festverzinslichen Wertpapiere mit gleicher Laufzeit auf einer Geraden, der sogenannten Kurs-Kupon-Geraden

Begründung: K sei der heutige Kurs; z die Kupon-Zahlung; N sei der Nominalbetrag

$$KW = \frac{-K}{(1+r)^0} + \frac{z}{(1+r)^1} + \frac{z}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{z}{(1+r)^n} + \frac{N}{(1+r)^n} = 0$$

$$\Rightarrow K = \frac{z}{(1+r)^1} + \frac{z}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{z}{(1+r)^n} + \frac{N}{(1+r)^n} = \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r\cdot(1+r)^n}\right]\cdot z + \frac{N}{(1+r)^n} = \alpha\cdot z + \beta$$

mit $\alpha = \dfrac{(1+r)^n - 1}{r\cdot(1+r)^n}$ und $\beta = \dfrac{N}{(1+r)^n}$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (5)

Beispiel:

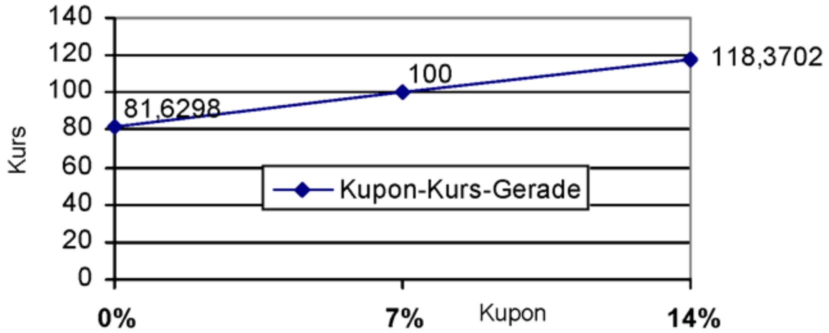
Es seien zwei festverzinsliche Wertpapiere gegeben:

a) Anleihe, beschrieben durch die Zahlungsreihe (-118,3702; 14; 14; 114) und

b) Nullkupon-Anleihe, beschrieben durch die Zahlungsreihe (-81,6298; 0; 0; 100)

Für r=7% gilt:

$$\alpha = \frac{(1+r)^n - 1}{r\cdot(1+r)^n} = \frac{1{,}07^3 - 1}{0{,}07\cdot 1{,}07^3} = 2{,}6243 \qquad \beta = \frac{N}{(1+r)^n} = \frac{100}{1{,}07^3} = 81{,}6298$$



in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (6)

Bemerkung:

- Die beiden Anlagen im Beispiel sind nach Rendite Gesichtspunkten im heutigen Zeitpunkt gleichwertig.

- Es besteht jedoch ein sogenanntes Kurs- und Wiederanlagerisiko
  - Kursrisiko: Bei fallendem Marktzins geht der Kurs nach oben, bei steigendem Marktzins geht der Kurs nach unten
  - Wiederanlagerisiko: Kuponzahlungen können nicht zum gleichen Zinssatz angelegt werden

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (7)

- Ein Maß zur Quantifizierung dieser Risiken ist die sog. **Immunisierungsduration** (oder mittlere Kapitalbindungsdauer):

$$ID = \frac{\sum_{t=1}^{T} t \cdot c_t \cdot (1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} c_t \cdot (1+r)^{-t}}$$

- Im Beispiel:

$$ID(Nullkupon - Anleihe) = 3$$
$$ID(Anleihe) = 2{,}616$$

- Für die Immunisierungsduration gilt:
  - Bei Papieren mit nur einer Rückzahlung am Ende der Laufzeit ist die Immunisierungsduration stets gleich der Restlaufzeit.
  - Bei mehreren Rückzahlungen während der Restlaufzeit ist die Immunisierungsduration dagegen stets kleiner als die Restlaufzeit.
  - Zum Zeitpunkt der Immunisierungsduration ist das Portfolio gegen Zinsänderungen zinsimmunisiert, d.h. Kurs- und Wiederanlagechance/risiko heben sich im Immunisierungsdurationszeitpunkt auf.

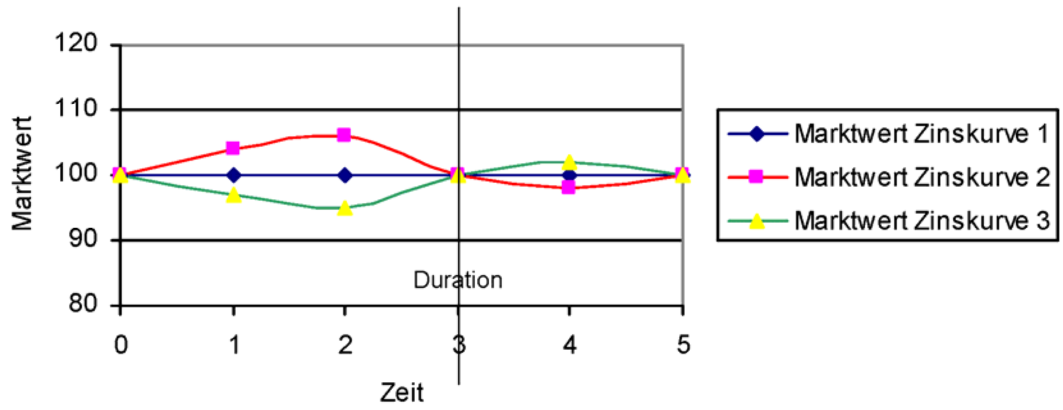
Universitatea Babeş-Bol
Cluj-Napoc

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.2.6. Anleihen bei vollkommenem Kapitalmarkt (8)

Bemerkung:

- Der Marktwert einer Anleihe beinhaltet Kurs und Kupon.



Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.2.7. Zusammenfassung und Kritik

Kapitalwertmethode:

- Wie viel Mehrwert wird durch eine Investition geschaffen?
- Ändert sich mein Vermögen?

Methode des interner Zinssatzes:

- Wie hoch ist die Verzinsung des eingesetzten Kapitals?

Annuitätenmethode:

- Welchen gleichbleibenden positiven Beträgen entspricht der Mehrwert der Investition?
- Beschreibt den Kapitalwert auf andere Weise.

Amortisationsrechnung:

- Wie schnell fließt eingesetztes Kapital zurück?
- Wie hoch ist das Risiko der Investition?

2. Investition
2.2.7. Zusammenfassung und Kritik (2)

- Zukünftige Zahlungsreihen sind i.d.R. nicht genau vorhersehbar. Unsicherheiten bzw. Wahrscheinlichkeiten können nicht berücksichtigt werden. Allerdings beruhen die geschätzten Zahlungsreihen häufig auf anderen Planungszahlen und sind somit zumindest konsistent.
- Der Kalkulationszinssatz stellt den wesentlichen Entscheidungsfaktor dar. Die Wahl des „richtigen" Zinssatzes ist jedoch ausgesprochen schwierig. Orientierungsgröße kann der Fremdkapitalzins, erwartete Eigenkapitalrendite oder ein Mischsatz aus beidem zuzüglich Risikoanteil sein.
- Die Zuordnung von Ein- und Auszahlungen zu genau einem Investitionsprojekt ist häufig schwierig.

⇒ In der Praxis werden i.d.R. mehrere dynamische Verfahren gleichzeitig angewendet sowie verschiedene Szenarien gerechnet.

2. Investition
2.3. Risiko im Rahmen von Investitionsrechnungen

Einführung
- Bisher: Investitionsentscheidungen unter Sicherheit
- Realität: Inputgrößen in der Zukunft sind i.d.R. unsicher
- Jetzt: Berücksichtigung der Unsicherheit bei Investitionsentscheidungen

Charakteristikum der Unsicherheit
Der Investor kann nicht genau sagen, welche Konsequenzen die von ihm in Aussicht genommenen Handlungsalternativen haben werden, da diese vom Eintritt verschiedener Umweltzustände abhängig sind.

➔ Unsicherheit herrscht in Bezug auf den Eintritt künftiger Umweltzustände

Typen von Unsicherheit
- Ungewissheitssituation
- Risikosituation

2. Investition
2.3. Risiko im Rahmen von Investitionsrechnungen

Definition Risiko

Ein Wirtschaftssubjekt entscheidet über seine Handlungen unter

- **Ungewissheit**, wenn zwischen Handlung und Ergebnissen keine oder nur unvollkommene Informationen vorliegen.

- **Risiko**, wenn die Ergebnisse einer Handlung durch eine subjektive oder objektive Wahrscheinlichkeitsverteilung abbildbar sind, d.h., für die einzelnen Umweltzustände sind Eintrittswahrscheinlichkeiten bekannt.

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie

Formalstruktur einer Entscheidungsmatrix anhand des Kapitalwerts

Alternativen / Umweltzustände	Z_1	Z_2	…	Z_u
A_1	KW_{11}	KW_{12}	…	KW_{1u}
A_2	KW_{21}	KW_{22}	…	KW_{2u}
…	…	…	…	…
A_j	KW_{j1}	KW_{j2}	…	KW_{ju}

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (2)

Entscheidungsregeln aus der Entscheidungstheorie

Entscheidungen unter Ungewissheit

- Maximin-Regel ➔ $A^* = \left\{ A_j \middle| \max_j \min_u KW_{ju} \right\}$
- Maximax-Regel ➔ $A^* = \left\{ A_j \middle| \max_j \max_u KW_{ju} \right\}$
- Hurwicz-Regel ➔ $A^* = \left\{ A_j \middle| \max_j \left[(1-\lambda) \min_u KW_{ju} + \lambda \max_u KW_{ju} \right\} \right.$

Entscheidungen unter Risiko

- Erwartungswert-Prinzip ➔ $A^* = \left\{ A_j \middle| \max_j \sum_{u=1}^{U} KW_{ju} w_u \right\} \text{ mit } \sum_{u=1}^{U} \mathrm{w}_\mathrm{u} = 1$
- μ-σ-Prinzip ➔ Entscheidung in Abhängigkeit der Risikoeinstellung
- Bernoulli-Prinzip ➔ $A^* = \left\{ A_j \middle| \max_j \sum_{u=1}^{U} u(KW_{ju}) \cdot w_u \right\} \text{ mit } \sum_{u=1}^{U} w_u = 1$

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (3)

Beispiel Entscheidungen unter Unsicherheit

- Underwriting-Entscheidung über eine Fahrzeugflotte
- Unternehmensziel: Gewinnmaximierung
- Geschätzte Gewinnerwartung nach der Formel:

  Gewinn = Prämie – Schadenkosten – Betriebseinzelkosten
- Prämie = 100 GE
- Betriebseinzelkosten = 15 GE
- Geschätzter Schadenverlauf:
  - schlecht: S1 = 95 GE
  - mittel: S2 = 85 GE
  - günstig: S3 = 80 GE

2. Investition

2.3.1. Entscheidungstheorie (4)

Beispiel (Entscheidungen unter Unsicherheit)

Ergebnismatrix | Entscheidungsmatrix

	S1	S2	S3	Maximin-Regel	Maximax-Regel	Hurwicz-Regel $\lambda = 0{,}6$
A1	-10	0	5	-10	5	-1
A2	0	0	0	0	0	0

Entscheidung nach

a) Maximin-Regel: Risiko nicht zeichnen
b) Maximax-Regel: Risiko zeichnen, da Gewinn 5 GE
c) Hurwicz-Regel: Risiko nicht zeichnen

2. Investition

2.3.1. Entscheidungstheorie (5)

Beispiel (Entscheidungen unter Risiko)

- Rückversicherungs-Entscheidung
- Unternehmensziel: Gewinnmaximierung
- Auswahl aus drei verschiedenen Rückversicherungsaktionen A1, A2 und A3
  - A1 = geringe proportionale Rückversicherung
  - A2 = mittlere proportionale Rückversicherung
  - A3 = hohe proportionale und nichtproportionale Rückversicherung
- Eintrittswahrscheinlichkeit für drei verschiedene Schadenausprägungen S1, S2 und S3 geschätzt:
  - schlechter Schadenverlauf = S1: 10 %
  - normaler Schadenverlauf = S2: 60 %
  - günstiger Schadenverlauf = S3: 30 %

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (6)

Beispiel (Entscheidungen unter Risiko)

- Gewinn aus dem Risikogeschäft nach Berücksichtigung der Rückversicherung

Ergebnis- bzw. Gewinnmatrix

	S1 10%	S2 60%	S3 30%
A1	-6	9	17
A2	-2	8	12
A3	3	5	7

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (7)

Beispiel (Entscheidungen unter Risiko)

A. Erwartungswertprinzip (μ-Prinzip)

Entscheidungsmatrix

	S1 10%	S2 60%	S3 30%	μ
A1	-0,6	5,4	5,1	**9,9**
A2	-0,2	4,8	3,6	8,2
A3	0,3	3	2,1	5,4

Alternative 1 ist optimal, da dieser Erwartungswert maximal ist.

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (8)

Beispiel (Entscheidungen unter Risiko)

B. μ-σ-Prinzip

Entscheidungsmatrix (1/2)

	S1 10%	S2 60%	S3 30%	μ	σ
A1	-0,6	5,4	5,1	9,9	6,4
A2	-0,2	4,8	3,6	8,2	3,8
A3	0,3	3	2,1	5,4	1,2

Entscheidung ist von der individuellen Risikoeinstellung des Entscheiders abhängig!

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (9)

Beispiel (Entscheidungen unter Risiko)

B. μ-σ-Prinzip

Entscheidungsmatrix (2/2)

	risikoavers stark μ-2σ	risikoavers mäßig μ-σ	risiko-neutral μ	risiko-freudig μ+σ
A1	-2,9	3,5	**9,9**	**16,3**
A2	0,5	**4,4**	8,2	12,0
A3	**3,0**	4,2	5,4	6,6

Entscheidung ist von der individuellen Risikoeinstellung des Entscheiders abhängig!

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (10)

Beispiel 29 (Entscheidungen unter Risiko)

C. Bernoulli-Prinzip

Nutzenfunktion $u(e) = e - \frac{e^2}{10+e}$ ➔ Risikoaversion

Nutzenmatrix

	S1 10%	S2 60%	S3 30%
A1	-15	4,74	6,30
A2	-2,50	4,44	5,45
A3	2,31	3,33	4,12

2. Investition
2.3.1. Entscheidungstheorie (11)

Beispiel 29 (Entscheidungen unter Risiko)

C. Bernoulli-Prinzip

Entscheidungsmatrix

	S1 10%	S2 60%	S3 30%	erwarteter Nutzen	Sicherheits-äquivalent
A1	-1,50	2,84	1,89	3,2	4,8
A2	-0,25	2,67	1,64	**4,1**	**6,8**
A3	0,23	2,00	1,24	3,5	5,3

Das Sicherheitsäquivalent ist das sichere Ergebnis, dem der Entscheidungsträger den gleichen Nutzen zumisst wie einer Wahrscheinlichkeitsverteilung von Ergebnissen.

Alternative 2 ist nach dem Bernoulli-Prinzip optimal!

2. Investition

2.3.1. Entscheidungstheorie (12)

Beispiel 29 (Entscheidungen unter Risiko)

C. Bernoulli-Prinzip

Sicherheitsäquivalent

Herleitung aus der Nutzenfunktion:

$$u(e) = e - \frac{e^2}{10+e} = \frac{(10+e)e - e^2}{10+e} = \frac{10e}{10+e}$$

Nach e auflösen:

$$u(e) \cdot (10+e) = 10e$$

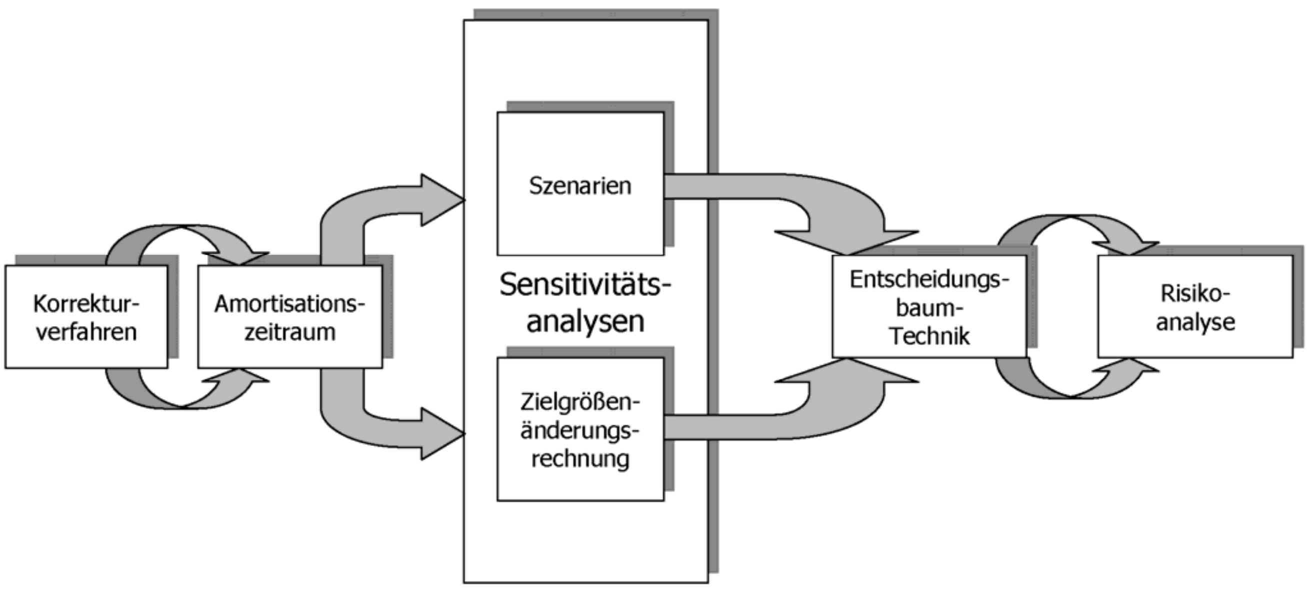
$$10 \cdot u(e) = 10e - u(e) \cdot e = e(10 - u(e))$$

$$e = \frac{10 \cdot u(e)}{10 - u(e)}$$

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.2. Verfahren der Investitionsrechnung



Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.3.2. Verfahren der Investitionsrechnung (2)

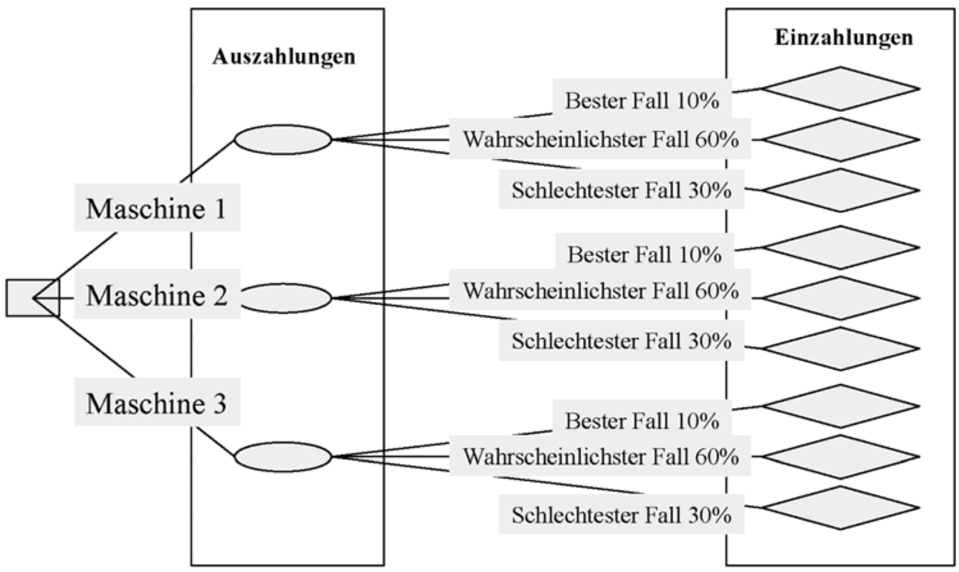
Ziel: Risiken abbilden, quantifizieren und berücksichtigen

- Korrekturverfahren
  ➔ pauschale Anpassung der Inputgrößen durch Risikozu-/ abschläge
- Sensitivitätsverfahren
  ➔ Szenarien: Verschiedene Szenarien werden analysiert, meist zusätzlich worst- und best-case
  ➔ Zielgrößen-Änderungsrechnung: Änderungen von Inputgrößen in % werden den prozentualen Änderungen des Gesamtergebnisses gegenübergestellt
- Entscheidungsbaumverfahren
  ➔ Aufstellung eines Entscheidungsbaums mit Eintrittswahrscheinlichkeit
- Risikoanalyse
  ➔ Aufstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Outputgröße

Universitatea
Babeş-Bolyai
Cluj-Napoca

2. Investition
2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren

Entscheidungsbaumverfahren



2. Investition

2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (2)

Arten der Planung

- starre Planung
  ➔Berücksichtigung nur derjenigen Handlungsalternativen, die es auch unter der Prämisse der Sicherheit gibt

- flexible Planung
  ➔ Berücksichtigung aller denkbaren Handlungsalternativen, insbesondere auch diejenigen, die von zukünftigen Entwicklungen abhängig sind

Vorgehen

- Aufstellung aller zustandsabhängigen Zahlungsreihen
- Berechnung der zustandsabhängigen Kapitalwerte
- Berechnung der erwarteten Kapitalwerte je Alternative
- Vergleich der erwarteten Kapitalwerte und Entscheidung (KW ➔Max!)

2. Investition

2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (3)

Beispiel (Entscheidungsbaumverfahren)

Die Kapazität einer Brauerei ist ausgeschöpft. Daher gibt es Überlegungen, ob heute eine große Anlage gekauft werden soll, die 595 T€ kostet, oder ob zunächst eine kleine Anlage beschafft werden soll, die 325 T€ kostet und eventuell später durch eine zweite Anlage, die 200 T€ kostet, erweitert werden soll. Als unsicher wird die zukünftige Nachfrage nach Bier angesehen. Im Fall einer hohen Nachfrage kann maximal ein Deckungsbeitrag von 800 T € und bei einer niedrigen Nachfrage mit einem maximalen Deckungsbeitrag von 600 T€ gerechnet werden. Für das erste Jahr wird mit einer 40%igen (60%igen) Wahrscheinlichkeit eine hohe (niedrige) Nachfrage erwartet. Sollte die Nachfrage zunächst hoch gewesen sein, so ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% damit zurechnen, dass dies so bleibt. War die Nachfrage im ersten Jahr dagegen gering, so ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% damit zu rechnen, dass keine Veränderung dieser Nachfragesituation eintreten wird. Der kapazitätsbedingte Cash Flow der großen Anlage beträgt max. 800 T€ und der der kleinen Anlage liegt bei max. 500 T€. Durch die Erweiterungsinvestition in t=1 kann die Kapazität auf insgesamt 800 T€ erhöht werden. Der Kalkulationszinsfuß ist 20 %. Welche Investitionsstrategie ist bei starrer Planung optimal?

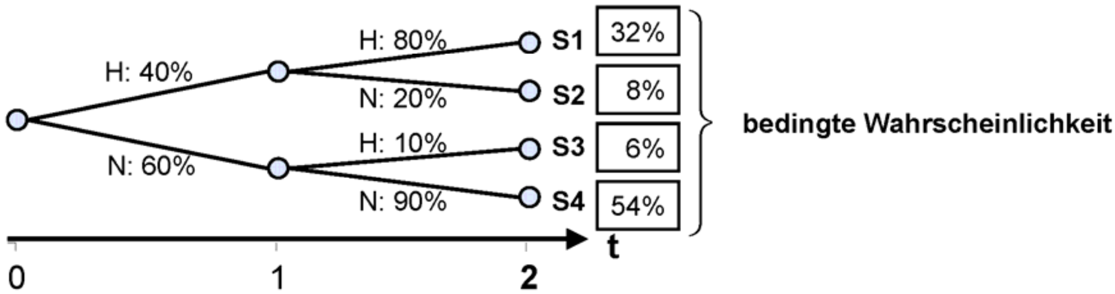
(Beispiel entnommen aus Kruschwitz/ Decker/ Möbius)

2. Investition
2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (4)

Beispiel (Entscheidungsbaumverfahren)

Lösung

- Es gibt insgesamt 3 Alternativen
  - Alternative 1: Kauf der großen Anlage in t=0
  - Alternative 2: Kauf der kleinen Anlage in t=0 und keine Erweiterungsinvestition in t = 1
  - Alternative 3: Kauf der kleinen Anlage in t=0 und Erweiterungsinvestition in t=1
- Zustandsbaum für die Nachfragesituationen



2. Investition
2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (5)

Beispiel (Entscheidungsbaumverfahren)

Lösung

Schritt 1: Aufstellung der Zahlungsreihen je Umweltzustand

- Alternative 1: Kauf der großen Anlage (in T €)

Situation	t = 0	t = 1	t = 2	KW(Sj)
S1	-595	800	800	627,22
S2	-595	800	600	488,33
S3	-595	600	800	460,55
S4	-595	600	600	321,66

Schritt 2: Berechnung der Kapitalwerte je Umweltsituation Sj

- Alternative 1: Kauf der großen Anlage (in T €)

$$KW_{S1}^{A1} = -595 + \frac{800}{1{,}2^1} + \frac{800}{1{,}2^2} = 627{,}22$$

2. Investition
2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (6)

Beispiel (Entscheidungsbaumverfahren)

Lösung

Schritt 3: Berechnung der erwarteten Kapitalwerte je Alternative

Entscheidungsmatrix

Situation	S1 32%	S2 8%	S3 6%	S4 54%	KW(A)
A1	627,22	488,33	466,55	321,66	**441,11**
A2	438,88	438,88	438,88	438,88	**438,88**
A3	480,55	341,66	480,55	341,66	**394,44**

Schritt 4: Entscheidung

Alternative 1 ist optimal und damit Kauf der großen Anlage in t = 0, da der erwartete Kapitalwert für Alternative 1 am größten ist!

2. Investition
2.3.2.1. Entscheidungsbaumverfahren (7)

Bewertung

- Starre Planung berücksichtigt nicht alle Eventualentscheidungen
- Planungsaufwand steigt überproportional mit der Anzahl der Alternativen, der Umweltzustände sowie mit der Länge des Planungszeitraums an
- Unterstellt Investor Risikoneutralität: Mögliche Abweichungen vom Zielwert bleiben unberücksichtigt

Fazit

Das Entscheidungsbaumverfahren ist nur praktikabel, wenn der Planungsaufwand nicht ausufert. Das Investitionsproblem ist vereinfacht darzustellen.

2. Investition
2.3.2.2. Risikoanalyse

- Risikosituation liegt vor (Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Inputgrößen ist bekannt)
- Ermittlung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Outputgröße
- Methoden
  - Analytische Methode (Theoretisches Verfahren)
    - Zusammenfassung der einzelnen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Inputgrößen nach den Regeln der Algebra
    - Annahmen: Normalverteilung und Unkorreliertheit der Inputgrößen
  - Simulative Methode (Praxisverfahren)
    - Erzeugung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zielgröße mit Hilfe von Zufallszahlen (Monte-Carlo-Simulation)
    - computergestütztes Verfahren

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.2.2. Risikoanalyse (2)

Schritte der Monte-Carlo-Simulation

- Ermittlung der als unsicher angesehenen Inputgrößen
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die einzelnen Inputgrößen
  - Differenzierung zwischen diskreten und stetigen Inputgrößen
  - Angabe von sog. Glaubwürdigkeitsgewichten für jede unsichere Größe
- Ermittlung der Inputgrößen mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators
  - Umwandlung der Zufallszahlen in Inputgrößen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung jeder Inputgröße
  - Erzeugung einer großen Anzahl von Datensätzen der Inputgrößen (ca. 1000)
- Berechnung der Outputgrößen für alle Datensätze der Inputgrößen
- Aufstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Outputgröße
  - Ermittlung der relativen Häufigkeit je Werteklasse

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.2.2. Risikoanalyse (3)

Beispiel (Monte-Carlo-Simulation)

Ein Investor steht vor der Entscheidung, ob er eine Investition durchführen soll, deren Anschaffungsausgabe und Nutzungsdauer unsicher sind. Die Investitionsausgaben werden von ihm zwischen 90.000 € und 110.000 € geschätzt. Die Nutzungsdauer des Objekts taxiert er zwischen 6 und 9 Jahren. Das Investitionsobjekt verspricht einen sicheren Einzahlungsüberschuss in Höhe von 20.000 € p.a. Den Kalkulationszinssatz veranschlagt er mit 10 % als gesichert.
Der Investor geht für die Anschaffungsausgaben im oben aufgeführten Intervall von einer stetigen Gleichverteilung aus, wohingegen er für die Nutzungsdauern eine diskrete Verteilung unterstellt:

Nutzungsdauer	6	7	8	9
Wahrscheinlichkeit	20%	30%	40%	10%

Der Investor möchte mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation das Risiko dieser Investition analysieren. Als Outputgröße verwendet er den Kapitalwert. Sein Ziel ist das Vermögensstreben.

Beispiel entnommen aus Busse v. Colbe/ Laßmann

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.2.2. Risikoanalyse (4)

Beispiel (Monte-Carlo-Simulation)

Insgesamt führt der Investor nur 20 Simulationsläufe durch. Mittels eines Zufallsgenerators erhält er Zufallszahlen zwischen 0 und 100, aus denen er mit Hilfe der Verteilungsfunktionen der beiden unsicheren Inputgrößen die Anschaffungsausgaben sowie die Nutzungsdauer ermitteln kann.

Mittels der aus den Zufallszahlen generierten Datensätze für die beiden Inputgrößen Anschaffungsausgabe und Nutzungsdauer berechnet er die Kapitalwerte je Datensatz (20 Kapitalwerte). Diese Kapitalwerte ordnet er vorher festgelegten Werteklassen zu, beginnend mit -14 bis -10 in jeweils 4er Schritten bis zur letzten Klasse 21 bis 25, so dass er aus der absoluten eine relative Häufigkeitsverteilung erzeugen kann.

Mit der grafischen Darstellung der relativen Häufigkeitsverteilung lässt sich ein individuelles Risikoprofil für die betrachtete Investition aufstellen.

Beispiel entnommen aus Busse v. Colbe/ Laßmann

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.2.2. Risikoanalyse (5)

Beispiel (Monte-Carlo-Simulation)

Ermittlung der Anschaffungsausgaben und Nutzungsdauern mittels Zufallsgenerator

Nr.	Z_1	I_0	Z_2	n	KW	Nr.	Z_1	I_0	Z_2	n	KW
1	31	96	44	7	1	11	22	94	93	9	21
2	38	98	79	8	9	12	91	108	82	8	-1
3	70	104	63	8	3	13	22	94	25	7	3
4	72	104	33	7	-7	14	7	91	39	7	6
5	53	101	71	8	6	15	10	92	13	6	-5
6	44	99	17	6	-12	16	37	98	68	8	9
7	47	99	91	9	16	17	88	108	76	8	-1
8	9	92	93	9	23	18	10	92	80	8	15
9	82	107	57	8	0	19	76	106	51	8	1
10	31	96	77	8	11	20	58	12	79	8	5

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.2.2. Risikoanalyse (6)

Beispiel Monte-Carlo-Simulation

Häufigkeitstabelle für die Outputgröße Kapitalwert

Werteklassen Kapitalwert	[-14; -10]	[-9; -5]	[-4; -0]	[1; 5]	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	$\sum$
absolute Häufigkeit	1	2	3	5	4	2	1	2	20
relative Häufigkeit	5%	10%	15%	25%	20%	10%	5%	10%	100%

Aus der relativen Häufigkeitstabelle lässt sich über die kumulativen Wahrscheinlichkeiten ein Risikoprofil für die Zielgröße der betrachteten Investition ableiten. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % (5%+10%+15%) hat die Investition einen negativen Kapitalwert und ist damit unvorteilhaft. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % ist der Kapitalwert positiv. Die eigentliche Entscheidung, ob die Investition durchgeführt werden sollte, hängt von der Risikoeinstellung des Investors ab.

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.2.2. Risikoanalyse (7)

Risikosimulation (Monte-Carlo-Simulation)

Bewertung

- Die Simulation lässt sich auf alle Typen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen anwenden
- Berücksichtigung einer Vielzahl von unsicheren Inputgrößen
- Dank computergestützter Simulation geringer Rechenaufwand
- Kein Entscheidungsverfahren, sondern nur Entscheidungsvorbereitung: aber Entscheidung über Entscheidungsprinzipien unter Risiko möglich
- Verfahrenstechniken der Simulation (z.B. Anzahl der Simulationsläufe) beeinflussen das Ergebnis stark

Fazit

In der Praxis für Großprojekte sehr beliebtes und geeignetes Verfahren!

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.3. Portfoliotheorie

Beispiel:

Einem Investor stehen 1.000 € zur Verfügung. Die ausgewählte Aktie erwirtschaftet im guten Fall (mit einer Wahrscheinlichkeit von 40%) eine Rendite von 10 %, im schlechten Fall nur 2%. Die Funktion W beschreibe das Endvermögen des Investors mit den beiden Ausprägungen W_{gut} und $W_{schlecht}$.

Es gilt also:

B = 1.000 €, i_{gut} = 10%, $i_{schlecht}$ = 2% und p = 40%.

W_{gut} = 1.000 € * (1+10%) = 1.100 € und

$W_{schlecht}$ = 1.000 € * (1+2%) = 1020 €.

Der Erwartungswert ergibt sich zu:

E(W) = 40%*1.100 € + 60% * 1020 € = 1.052 €

Universitatea Babeş-Bol Cluj-Napoc

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (2)

Man betrachte nun zusätzlich eine risikolose Anlage F, *die sich mit einem festen* Zinssatz i verzinst. Der risikolose Zinssatz beträgt 5%.

Der Investor legt nun nur noch einen Anteil x = 80% risikobehaftet an.

- Das Endvermögen des Investors realisiert sich demnach zu:
  W_{gut} (80%) = 80% * 1.000 € * (1+10%) + 20% * 1.000 € * (1+5%) = 1.090 €
  $W_{schlecht}$ (80%) = 80% * 1.000 € * (1+2%) + 20% * 1.000 € * (1+5%) = 1.026 €
- Der Erwartungswert der Anlage ergibt sich zu :
  E(W(80%)) = 40% * 1090 € + 60% * 1026 € = 1051,6 €.

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Werte für unterschiedliche Anteile x:

x	0%	20%	40%	60%	80%	100%
W_{gut} (x)	1050	1060	1070	1080	1090	1100
$W_{schlecht}$ (x)	1050	1044	1038	1032	1026	1020
E(W(x))	1050,0	1050,4	1050,8	1051,2	1051,6	1052,0

Universitatea Babeş-Bol Cluj-Napoc

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (3)

Risiko-Rendite-Analyse (zwei risikobehaftete Anlagen):

- Grundlage der Untersuchung bilden im allgemeinen drei Parameter:
  μ_A := Erwartungswert der Rendite einer Anlage A ,
  SD(A) = σ_A:= Standardabweichung der Rendite einer Anlage A ,
  $\rho_{A,B}$:= Korrelationskoeffizient der Renditen zweier Anlagen A und B.

- Betrachtet wird im folgenden ein Portfolio P mit 2 Anlagen A und B und einem jeweiligen Anteil x_A und x_B am Gesamtportfolio, also
  $P = x_A \cdot A + x_B \cdot B \quad , x_A + x_B = 1$.
  Das insgesamt zur Verfügung stehende Kapital wird also auf eins normiert.

- Definitionsgemäß gilt für die Erwartungswerte und Standardabweichungen:
  $E(A) = \mu_A, E(B) = \mu_B$ und $SD(A) = \sigma_A, SD(B) = \sigma_B$,

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.3. Portfoliotheorie (4)

Risiko-Rendite-Analyse (zwei *risikobehaftete* Anlagen):

Bestimmung der Parameter

Rendite einer Anlage *i* im Zeitraum *t-1* bis *t*: $R_{i,t} = \frac{W(t) - W(t-1)}{W(t-1)}$

Empirischer Erwartungswert der Rendite: $E(A_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^{N} R_{i,t} =: \overline{\mu_i}$

Empirische Standardabweichung: $SD(A_i) = \sqrt{Var(A_i)} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{t=1}^{N} \left(R_{i,t} - \overline{\mu_i}\right)^2} =: \overline{\sigma}_i$

Empirische Kovarianz zweier Renditen: $COV(A_i, A_j) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{t=1}^{N} \left(R_{i,t} - \overline{\mu_i}\right) \cdot \left(R_{j,t} - \overline{\mu_j}\right) =: \delta_{i,j}$

Empirischer Korrelationskoeffizient: $\overline{\rho}_{i,j} = \frac{\delta_{i,j}}{\overline{\sigma}_i \cdot \overline{\sigma}_j}$

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.3. Portfoliotheorie (5)

Risiko-Rendite-Analyse (zwei *risikobehaftete* Anlagen):

Für das Gesamtportfolio gilt aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen:

$$\boldsymbol{E(P) = E(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = x_A \cdot E(A) + x_B \cdot E(B) = x_A \cdot \mu_A + x_B \cdot \mu_B}$$

und

$$\boldsymbol{SD(P) = SD(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}}$$

Es gilt nun: $SD(P) = SD(x_A \cdot A + x_B . B) \leq x_A \cdot SD(A) + x_B . SD(B)$, denn

$$SD(P) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}$$

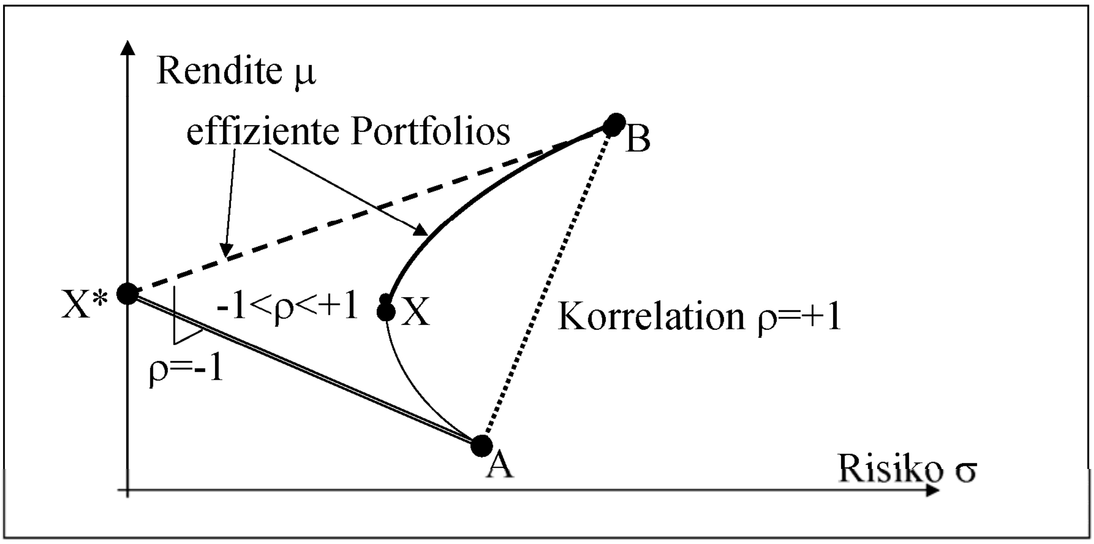
$$\leq \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + x_B^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot SD(A) \cdot SD(B)} = x_A \cdot SD(A) + x_B \cdot SD(B)$$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (6)

Beispiel: Risiko-Rendite-Analyse (*zwei risikobehaftete Anlagen*)



Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (7)

Bemerkungen:

- Anlage B hat eine höhere erwartete Rendite als Anlage A
- Anlage B hat eines höheren Risiko zu tragen.
- Bei vollständig positiver Korrelation ($\rho_{A,B}$ = +1) liegen Portfoliomischungen aus den Anlagen A und B auf der punktierten Linie.
  Das Risiko steigt in diesem Sonderfall also proportional an, denn es gilt:
  $SD(x_A \cdot A + x_B \cdot B) = x_A \cdot SD(A) + x_B \cdot SD(B)$
- Bei -1 ≤ $\rho_{A,B}$ < 1 zeigt sich der Diversifikationseffekt.
- Der Bogen zwischen den Punkten A und B beschreibt alle möglichen Portfoliokombinationen ($x_A \geq 0$; $x_B \geq 0$) zwischen den beiden Anlagen.
- Die dick-durchgezogene Linie zwischen den Punkten X und B beschreibt die Menge aller effizienten Portfolios und wird üblicherweise als Efficient Frontier bezeichnet.
- Je nach Risikopräferenz wählt der Anleger eines der effizienten Portfolios aus.
- Sind die Renditen vollständig negativ korreliert ($\rho_{A,B}$ = -1), so lässt sich das Portfoliorisiko vollständig vermeiden (die gestrichelte Linie).
  Um das Portfolio X* zu erreichen, muss gelten: $x_A=\sigma_B/(\sigma_A+\sigma_B)$ und $x_B=\sigma_A/(\sigma_A+\sigma_B)$,

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (8)

Risiko-Rendite-Analyse (risikobehaftete und risikolose Anlagen):

Es existiere eine risikolose Anlage F mit risikolosem Zinssatz

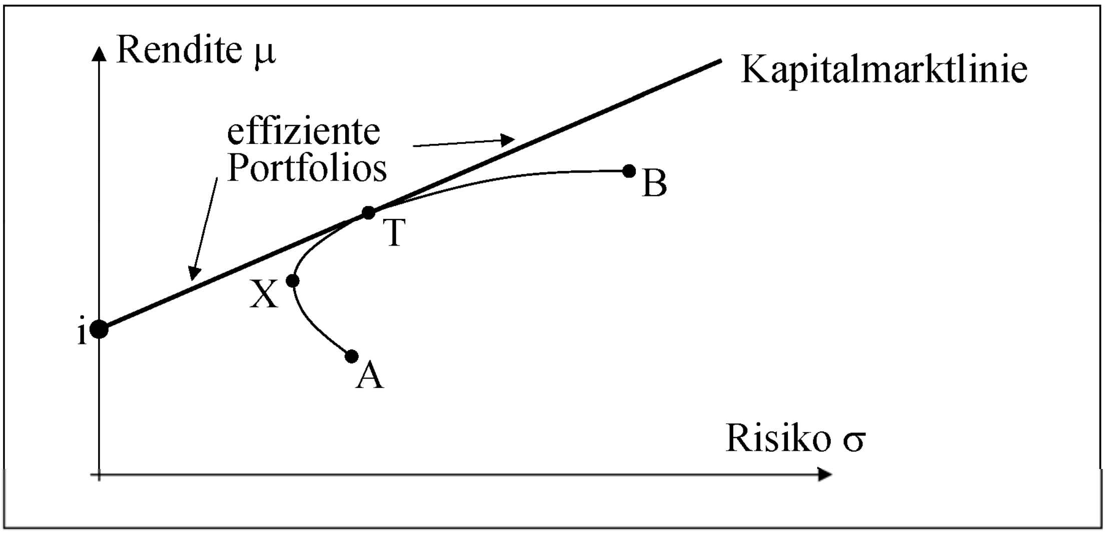
- Es gilt formal: Die Rendite μ_F ist fest und für das Risiko gilt: $\sigma_F = 0$.
- Für eine beliebige Kombination C eines risikobehafteten Portfolios P mit der risikolosen Anlage F gilt: $C = x \cdot P + (1-x) \cdot F$,
- Das Risiko der Kombination C lässt sich demnach beschreiben durch:
  $\sigma_C = \sqrt{(1-x)^2\sigma_F^2 + x^2\sigma_P^2 + 2x(1-x)\sigma_P\sigma_F\rho_{F,P}}$
  mit $\sigma_F = 0, \sigma_F^2 = 0$ und $\sigma_C = \sqrt{x^2\sigma_P^2} = x\sigma_P$.
  Löst man nun nach x auf, gilt: $x = \dfrac{\sigma_C}{\sigma_P}$.
- Für die Rendite der Kombination C ergibt sich damit:
  $\mu_c = \dfrac{\sigma_C}{\sigma_P}\mu_P + (1 - \dfrac{\sigma_C}{\sigma_P})\mu_F = \mu_F + (\dfrac{\mu_P - \mu_F}{\sigma_P})\sigma_C$

Es besteht also ein linearer Zusammenhang zwischen Erwartungswert und Standardabweichung.

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (9)

Risiko-Rendite-Analyse (risikobehaftete und risikolose Anlagen):



Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (10)

Bemerkungen:

- Die Menge aller effizienten Portfolios sind auf einer Geraden, der sogenannten Kapitalmarktlinie (KML).
- Alle Portfolios auf der KML erreichen günstigere Risiko-Rendite-Kombinationen als die Portfoliokombinationen aus den risikobehafteten Anlagen A und B.
- Der Berührungspunkt T stellt ein Portfolio nur aus A und B dar.
- Die Fortsetzung der Kapitalmarktlinie nach dem Berührungspunkt T, stellt den Bereich dar, in dem zum risikolosen Zinssatz Mittel aufgenommen werden (Leerverkäufe).

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (11)

Minimum-Varianz Portfolio:

Und unter Verwendung der Gewichtung $x_B = 1 - x_A$ lässt sich die Standardabweichung im Fall zweier Aktien als Funktion einer Variablen x_A wie folgt schreiben:

$$SD(P) = \sqrt{x_A^2 \cdot SD(A)^2 + (1 - x_A)^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B)}$$

d.h. die Varianz ist gegeben durch

$$Var(P) = x_A^2 \cdot SD(A)^2 + (1 - x_A)^2 \cdot SD(B)^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \cdot SD(A) \cdot SD(B)$$

$$= x_A^2 \sigma_A^2 + (1 - x_A)^2 \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot (1 - x_A) \cdot \rho_{A,B} \sigma_A \sigma_B$$

Für diese Funktion lässt sich mit elementaren mathematischen Methoden das Minimum bestimmen: $x_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}}$ *und* $x_B = 1 - x_A$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (12)

Minimum-Varianz Portfolio:

Beispiel:

Aktie A mit μ=8% ; σ=12% und Aktie B mit μ=13 % ; σ = 20%.

Fall 1: $\rho_{A,B}$ = 0,3

$$x_A = \frac{0{,}04 - 0{,}0072}{0{,}0144 + 0{,}04 - 2 \cdot 0{,}0072} = 82\%$$

sowie x_B = 18 %

mit E(P) = 0,82 · 8 % + 0,18 · 13 % = 8,9 % und SD(P) = 11,4%.

Fall 2: $\rho_{A,B}$= –1

x_A = 20/32 = 62,5 % sowie x_B = 12/32 = 37,5 %

mit E(P) = 0,625 · 8 % + 0,375 · 13 % = 9,875 % und SD(P) = 0.

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (13)

Nutzenfunktion:

- Aus der Menge der effizienten oder bedingt effizienten Portfolios soll das für den Investor attraktivste Portfolio ausgewählt werden.
- Formulierung einer Nutzenfunktion → Beschreibung des individuellen Nutzens des Investors
- Maximierung einer konkaven Nutzenfunktion:
  Endwohlstand für ein risikobehaftetes Endvermögen W:
  → E(W) - a/2 * VAR(W)
- a $\geq$ 0 beschreibt die individuelle Risikoaversion des Investors

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.3. Portfoliotheorie (14)

Nutzenfunktion Einfacher Fall: *(risikolose und risikobehaftete Anlage)*

- Es sei eine risikolose Anlage und eine risikobehaftete Aktienanlage gegeben. Dem Investor stehen b Geldeinheiten zur Verfügung, *x* bezeichne den risikobehafteten Anteil. Der risikolose Zinssatz betrage i.
  - Rendite der Aktie sei *r*,
  - Erwartungswert $E(r) = \mu$,
  - Varianz $VAR(r) = \sigma$.
- Der Endwohlstand ist definiert durch: $W(x) = x \cdot b \cdot (1+r) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i)$
- Für Erwartungswert und Varianz der Wohlstandsfunktion ergibt sich:

  $E(W(x)) = x \cdot b \cdot (1+\mu) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i)$, $VAR(W(x)) = b^2 \cdot x^2 \cdot \sigma^2$

- Maximierung der Nutzenfunktion:

  $$f(x) = x \cdot b \cdot (1+\mu) + (1-x) \cdot b \cdot (1+i) - \frac{a}{2} \cdot b^2 \cdot x^2 \cdot \sigma^2 \rightarrow \max$$

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition

2.3.3. Portfoliotheorie (15)

Nutzenfunktion Einfacher Fall: *(risikolose und risikobehaftete Anlage)*

- Die Ableitungen ergeben sich zu:

  $f'(x) = b \cdot (1+\mu) - b \cdot (1+i) - a \cdot b^2 \cdot x \cdot \sigma^2$

  und

  $f''(x) = -a \cdot b^2 \cdot \sigma^2 \leq 0$ für $a > 0$

- Ein Maximum ergibt sich bei $f'(x) = 0$

  und damit für $x_{opt} = \dfrac{b \cdot (1+\mu-1-i)}{a \cdot b^2 \cdot \sigma^2} = \dfrac{\mu - i}{a \cdot b \cdot \sigma^2}$

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.3.3. Portfoliotheorie (16)

Nutzenfunktion Beispiel: *(risikolose und risikobehaftete Anlage)*

Es stehe ein Kapital von *b* = 100.000 Euro zur Verfügung,

Für *a* gelte: $a = \frac{1}{b}$,

der risikolose Zinssatz *i* betrage *i* = 5% und

für die Aktie μ = 20% und σ = 50%.

Dann ergibt sich der optimale Aktienanteil zu:

$$x_{opt} = \frac{\mu - i}{a \cdot b \cdot \sigma^2} = \frac{\mu - i}{\sigma^2} = \frac{20\% - 5\%}{50\%^2} = 0{,}6$$

d.h. es ergibt sich folgende Strategie:

Investition in risikobehaftete Aktie:	60.000 Euro
Investition in risikolose Anlage:	40.000 Euro

Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca

2. Investition
2.4. Investitionsprojekte und Business Pläne

- Sind Verfahren der Investitionsrechnung ausreichend für Investitionsentscheidungen?
- Welche Wertevorstellungen, Unternehmensstrategie, etc. zeichnen das Unternehmen aus?
- Wer muss in die Entscheidungsfindung einbezogen werden? Wie sollten Informationen aufbereitet sein?
- Welche Informationen (Markt, Wettbewerb) belegen die Parameter der Investitionsrechnung?
- Wie wird der Erfolg erreicht (Projektplan, Marketing)?
- Welche Gründe kann es geben, dass „profitable" Investitionen bei Realisierung zu Verlusten führen?
  - Wer koordiniert beteiligte Unternehmensbereiche und Mitarbeiter?
  - Wie wird der Investitionserfolg gemessen und kontrolliert?

in der Vorlesung nicht behandelt

2. Investition
2.4. Investitionsprojekte und Business Pläne (2)

Kriterien erfolgreicher Investitionspolitik (nach Horst Albach):

Investition in den Markt
- Marktforschung, Konkurrenzanalyse
- Verteidigung der Wettbewerbsposition erfolgreicher Produkte
- Kein Zurückziehen in Marktnischen

Investition in den Fertigungsprozess
- Keine einseitigen Kostensenkungsprogramme
- Flexible Fertigungssysteme

Investition in Schutz vor Risiko
- Kundenbindung
- Finanzanlagen

Investition in Mitarbeiter
- Niedrige Fluktuationsraten
- Seltene organisatorische Änderungen

Kontinuierliche Investition
- Keine Stop-and-Go-Politik

in der Vorlesung nicht behandelt

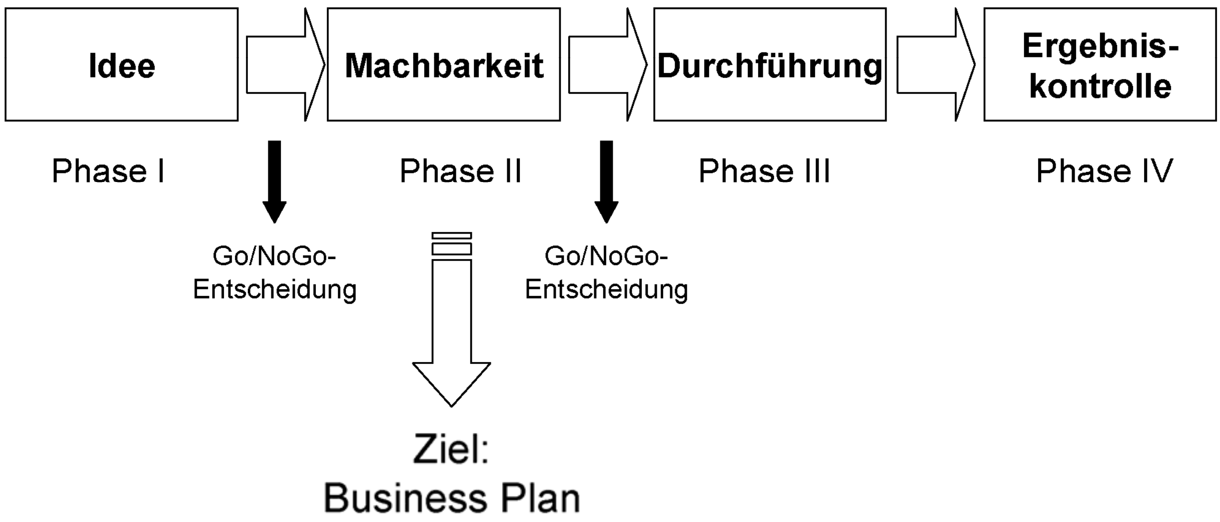
2. Investition
2.4. Investitionsprojekte und Business Pläne (3)

Aufstellung von Investitionsprojekten

1. Analyse des Ist-Zustandes
   - Marktanteil, Marktwachstum → Lebenszyklen
   - Positionierung im Branchenvergleich
   - Kostenvergleiche
   - Investitionsnotwendigkeiten
2. Beurteilung von Entwicklungstrends
   - Technologie, soziale und gesellschaftspolitische Entwicklungen, Rechtsprechung
3. Erkennen der Marktchance
   - Verbesserungspotenziale, Marktlücken, rationelle Fertigungsverfahren, bessere Distributionswege, etc.
   - Brainstorming, Delphi-Methode
4. Informationsverbesserung
   - Prototypen, Markttests
   - Prognosen über Technologieentwicklung und Marktsättigung
   - Kosten der Informationsbeschaffung: Projekt
5. Business Plan
   - Genaue inhaltliche und terminliche Festlegung des Investitionsprojekts
   - Investitionsrechnung

2. Investition
2.4. Investitionsprojekte und Business Pläne (4)

Aufstellung von Investitionsprojekten



2. Investition
2.4. Investitionsprojekte und Business Pläne (5)

Anforderungen an einen Business Plan

Vorbereitung

- Was sind die Schwerpunkte des Business Plans → Schlüsselfragen?
- Wer ist Adressat des Business Plans und warum? Was muss er wissen?
- Welche Informationen werden benötigt und wer kann sie beschaffen?

Aufbau des Business Plans

- Titelblatt und Inhaltsverzeichnis
- management summary
- Business case
- Beschreibung Markt- und Wettbewerbsumfeld
- Marktanalyse
- Wettbewerbsanalyse
- Projektplan / Meilensteine
- Marketingplan
- Investitionsrechnung
- Anlagen